

1

右図のように東西南北に道路が碁盤目状になった街がある。

図の直線部分は道路を表し，交差点の間隔は東西南北どの方向にも 10m である。交差点から交差点への移動は道路を通らずにはいけないものとし，道路の幅については考えなくてもよいものとする。交差点 P から交差点 Q までの最短距離を単に距離ということにし，記号で $d(P, Q)$ と表すことにする。

例えば，交差点 O と交差点 A の距離は，

$$d(O, A) = d(O, B) + d(B, A) = 30 + 30 = 60$$

となるので，60m である。ただし，2つの交差点が一致した場合の交差点間の距離は 0 とする。例えば交差点 A では $d(A, A) = 0$ である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 交差点 O から交差点 B，交差点 C までの距離を比較したとき，次のア～ウで正しいものを選び。

ア 交差点 B の方が，交差点 C よりも交差点 O に近い。

イ 交差点 C の方が，交差点 B よりも交差点 O に近い。

ウ 交差点 B も交差点 C も交差点 O からの距離は等しい。

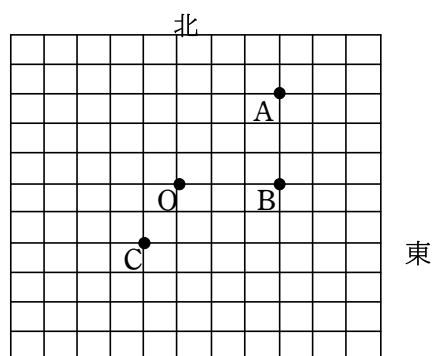
(2) 交差点 B と交差点 C の距離 $d(B, C)$ を求めよ。

(3) 交差点 O から交差点 A へ移動する途中に交差点 D を経由することにする。このとき，

$d(O, A) = d(O, D) + d(D, A)$ が成り立つような交差点 D はいくつあるか答えよ。ただし，該当する交差点 D として，交差点 O と交差点 A は除くものとする。

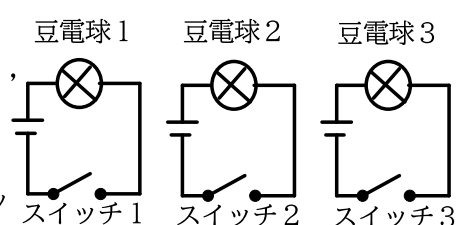
(4) $d(O, E) = 50$ となる交差点 E はいくつあるか答えよ。

(5) $d(O, F) \leq 50$ となる交差点 F はいくつあるか答えよ。



- 2 右図のようにスイッチによって豆電球の点灯・消灯が切り替えられる回路が3つある。豆電球が点灯している状態を「1」、消灯している状態を「0」の2種類の数字で表すことにする。

例えば、スイッチがすべて OFF で豆電球が 3 個とも消灯の状態にあれば、数字表現は 000 となり、スイッチ 1 とスイッチ 3 が ON でスイッチ 2 が OFF の場合の数字表現は 101 となる。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) 3 個のスイッチがすべて ON のときの数字表現を答えよ。
- (2) 3 個のスイッチの ON・OFF の切り替えによってできる 000 や 101 などの数字表現は、全部で何通りあるか。
- (3) (2) で得られた数字表現の場合の数が m 通りになったとする。 m 個の数字表現を通常の 3 桁の整数とみなし、小さい順に並べる。ただし、000 は 0, 001 は 1, 010 は 10, 011 は 11 と考える。例えば、一番小さい数字表現は 000 で、2 番目に小さい数字表現は 001 である。また一番大きな数字表現は 111 である。このとき、101 は何番目に小さい数字表現か。
- (4) 豆電球の回路を 2 つ 4 番目、5 番目に追加し、同様に数字表現を考える。さらに、(3) と同様に数字表現を小さい順に並べた。このとき、一番小さい数字表現は 00000 で、これに整数 0 を対応させる。2 番目に小さい数字表現は 00001 で、これに整数 1 を対応させ、3 番目に小さい数字表現は 00010 で、これに整数 2 を対応させる。以下、同様に n 番目に小さい数字表現に対して整数 $n-1$ を対応させる。($n=1,2,\dots,32$) このような対応を定めたとき、数字表現 01000 が対応する整数を求めよ。
- (5) (4) のとき、整数 20 に対応する数字表現を求めよ。